

Werner Kirsch

# Statik im Bauwesen

Band 1: Statisch bestimmte Systeme

23., überarbeitete Auflage

Beuth



Werner Kirsch

# **Statik im Bauwesen**

Band 1

**Statisch bestimmte Systeme**

23., überarbeitete Auflage 2019

Herausgeber:

DIN Deutsches Institut für Normung e. V.

Beuth Verlag GmbH · Berlin · Wien · Zürich

Herausgeber: DIN Deutsches Institut für Normung e. V.

© 2019 Beuth Verlag GmbH

**Berlin · Wien · Zürich**

Am DIN-Platz

Burggrafenstraße 6

10787 Berlin

Telefon: +49 30 2601-0

Telefax: +49 30 2601-1260

Internet: [www.beuth.de](http://www.beuth.de)

E-Mail: [info@beuth.de](mailto:info@beuth.de)

Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung außerhalb der Grenzen des Urheberrechts ist ohne schriftliche Zustimmung des Verlages unzulässig und strafbar. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung in elektronischen Systemen.

© für DIN-Normen DIN Deutsches Institut für Normung e.V., Berlin

Die im Werk enthaltenen Inhalte wurden vom Verfasser und Verlag sorgfältig erarbeitet und geprüft. Eine Gewährleistung für die Richtigkeit des Inhalts wird gleichwohl nicht übernommen. Der Verlag haftet nur für Schäden, die auf Vorsatz oder grobe Fahrlässigkeit seitens des Verlages zurückzuführen sind. Im Übrigen ist die Haftung ausgeschlossen.

Titelbild: © Bruno Mameli, Verwendung unter Lizenz von shutterstock.com

Satz: Beltz Bad Langensalza GmbH, Bad Langensalza

Druck: Drukarnia LEYKO, Krakow

Gedruckt auf säurefreiem, alterungsbeständigem Papier nach DIN EN ISO 9706

ISBN 978-3-410-28814-5 (Buch)

ISBN 978-3-410-28815-2 (E-Book)

## Vorwort zur Neufassung

Das Lehrbuch „Statik im Bauwesen“ wurde von Fritz Bochmann ins Leben gerufen. Die erste Auflage ist 1957 erschienen und seitdem beständig weiterentwickelt worden. Das Lehrbuch ist vorzugsweise für die Ausbildung von Ingenieuren und Technikern der Baubranche entwickelt worden. Ab der 21. Auflage wird das Werk durch den Unterzeichner mit betreut bzw. weitergeführt.

Gliederung und Darstellung des Stoffes sind durch das überwiegende Einsatzgebiet des angesprochenen Leserkreises bestimmt. Der Vermittlung von Grundsätzen und dem Erkennen von wesentlichen Zusammenhängen wurde daher der Vorrang vor einer umfassenden mathematischen Darstellung eingeräumt.

Die Bände 1 (Statisch bestimmte Systeme) und 2 (Festigkeitslehre) vermitteln Grundlagen. Der Band 3 (Statisch unbestimmte Systeme) schließt als Ergänzung und Erweiterung an. Jeder Band enthält die Thematik in abgeschlossener Form. Daher ist auch eine getrennte Verwendung möglich, soweit der Leser über entsprechende Vorkenntnisse verfügt.

Band 1 enthält die Grundlagen für die Untersuchung einfacher ebener statisch bestimmter Stabwerke. Neben der Kräftelehre und der Lastenermittlung bildet die Berechnung der Stützkräfte und Schnittgrößen für die elementaren Stabarten den Hauptinhalt. Verstärkt wird auf das Arbeiten nach dem neuen im Eurocode verwendeten Sicherheitskonzept eingegangen. In dieser Hinsicht wurde das Werk dem aktuellen Standard angepasst. Hinsichtlich von Bezeichnungen von Einwirkungen, Kräften und Schnittgrößen wird das Breite in der Praxis vorkommende Spektrum beibehalten. Häufig treten auch Dopplungen auf, so wird die Bezeichnung  $V$  im Eurocode für die Querkraft verwendet. Sie bezeichnet aber auch vielfach vertikale Kräfte (Fachwerk). Die Unterscheidung in der Praxis fällt im Allgemeinen leicht.

Auf die Anwendung der Rechentechnik in der praktischen Statik kann im Rahmen der Grundlagenvermittlung nur bedingt eingegangen werden. Der notwendige Erkenntnisprozess wird durch den Einsatz von Software nicht entbehrlich. Bei der Vielfalt der Probleme und Anlagentypen, einschließlich deren Entwicklung, würde es wenig sinnvoll sein, auf einzelne Programme und deren Eingabe- bzw. Ausgabedaten einzugehen. Eine Vertiefung der Kenntnisse in dieser Richtung muss der Tätigkeit am Arbeitsort vorbehalten bleiben. Beispielhaft werden die Möglichkeiten der Tabellenkalkulation bei der Anwendung bauspezifischer Probleme dargestellt.

Obwohl der Band 1 vorwiegend für die Ausbildung im Bauwesen vorgesehen ist, dürfte er auch für andere Fachrichtungen verwendbar sein. Ingenieuren, Architekten und Technikern, die nur gelegentlich einfachere statische Aufgaben bearbeiten müssen, kann das Buch ebenfalls als Hilfsmittel nützen.

## Autorenporträt

### Werner Kirsch

Dipl.-Ing. Werner Kirsch studierte von 1984 bis 1989 Bauingenieurwesen in der Fachrichtung Konstruktiver Ingenieurbau an der TU Dresden. Nach Abschluss des Studiums war er für ein Jahr an der TU Dresden tätig und arbeitete anschließend für drei Jahre als angestellter Ingenieur für die Planungs- und Ingenieuraktiengesellschaft IPRO Dresden.



Seit 1994 ist er durchgängig freiberuflich tätig (Ingenieurbüro Werner Kirsch, Dresden) und bearbeitet vorrangig Aufgabenstellungen aus den Bereichen Tragwerksplanung (Holz, Stahl, Mauerwerk, Stahlbeton), Konstruktiver Ingenieurbau (Ingenieurbauwerke im Verkehrsbereich) sowie aus Spezialgebieten wie Glas- und Aluminiumbau.

# Inhaltsverzeichnis

|                                                                                   | Seite     |
|-----------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1 Allgemeine Grundbegriffe</b>                                                 | <b>1</b>  |
| 1.1 Einordnung des Lehrgebietes                                                   | 1         |
| 1.2 Kräfte und Kraftarten                                                         | 3         |
| 1.3 Äußere Kräfte an Bauteilen                                                    | 7         |
| 1.4 Teilsicherheitsbeiwerte der Einwirkungen, Kombinationsbeiwerte, Grenzzustände | 9         |
| 1.5 Innere Kräfte der Bauteile                                                    | 10        |
| 1.6 Komponenten und Resultierende, Kräftegruppen und Kraftsysteme                 | 12        |
| <b>2 Das zentrale Kraftsystem</b>                                                 | <b>15</b> |
| 2.1 Grafische Behandlung ebener Kräftegruppen                                     | 15        |
| 2.1.1 Zusammensetzen von Kräften                                                  | 15        |
| 2.1.2 Zerlegen einer Kraft in Komponenten                                         | 17        |
| 2.1.3 Gleichgewichtsbedingungen                                                   | 20        |
| 2.2 Analytische Behandlung ebener Kräftegruppen                                   | 21        |
| 2.2.1 Zerlegen einer Kraft in Komponenten                                         | 21        |
| 2.2.2 Zusammensetzen von Kräften                                                  | 22        |
| 2.2.3 Gleichgewichtsbedingungen                                                   | 24        |
| 2.3 Analytische Behandlung räumlicher Kräftegruppen                               | 25        |
| 2.4 Beispiele zum zentralen Kraftsystem                                           | 27        |
| <b>3 Das allgemeine ebene Kraftsystem</b>                                         | <b>35</b> |
| 3.1 Kräftepaar, Moment und Momentensatz                                           | 35        |
| 3.2 Grafische Reduktion mit Teilresultierenden                                    | 39        |
| 3.3 Grafische Reduktion mit Seileck                                               | 41        |
| 3.4 Analytische Reduktion                                                         | 46        |
| 3.5 Zerlegen einer Kraft und Gleichgewicht                                        | 49        |
| 3.5.1 Gleichgewichtsbedingungen                                                   | 49        |
| 3.5.2 Gleichgewicht bei drei Kräften                                              | 53        |
| 3.5.3 Gleichgewicht bei vier Kräften                                              | 55        |

|                                                                                                      | Seite      |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| 3.6 Resultierende von Linien- und Flächenkräften .....                                               | 59         |
| 3.7 Beispiele .....                                                                                  | 61         |
| <b>4 Grundbegriffe für die statische Untersuchung von Tragwerken ....</b>                            | <b>67</b>  |
| 4.1 Auflagerarten .....                                                                              | 67         |
| 4.2 Arten der Tragwerke .....                                                                        | 72         |
| 4.3 Die Schnittgrößen .....                                                                          | 74         |
| 4.4 Begriffe und Formelzeichen, Koordinatensysteme, Vorzeichen .....                                 | 79         |
| <b>5 Träger auf zwei Stützen .....</b>                                                               | <b>83</b>  |
| 5.1 Berechnung der Stütz- und Schnittgrößen<br>bei einfacher lotrechter Belastung .....              | 83         |
| 5.2 Berechnung der Stütz- und Schnittgrößen<br>bei mehrfacher lotrechter Belastung .....             | 89         |
| 5.3 Differentiale Zusammenhänge zwischen Schnittgrößen<br>und Belastung .....                        | 92         |
| 5.4 Berechnung der Auflager- und Schnittgrößen bei lotrechten<br>Einzellasten .....                  | 93         |
| 5.5 Beliebig gerichtete Belastung .....                                                              | 99         |
| 5.6 Einfluss der Laststellung auf die Größe der Stütz-<br>und Schnittgrößen. Die Einflusslinie ..... | 107        |
| 5.7 Beispiele .....                                                                                  | 110        |
| <b>6 Träger auf zwei Stützen mit Kragarmen .....</b>                                                 | <b>119</b> |
| 6.1 Stütz- und Schnittgrößen bei Feld- und Kragarmbelastung .....                                    | 119        |
| 6.2 Ungünstige Laststellungen .....                                                                  | 121        |
| 6.3 Beispiele .....                                                                                  | 123        |
| <b>7 Kragträger .....</b>                                                                            | <b>127</b> |
| <b>8 Gelenkträger .....</b>                                                                          | <b>135</b> |
| 8.1 Grundlagen .....                                                                                 | 135        |
| 8.2 Analytische Behandlung .....                                                                     | 137        |
| 8.3 Beispiele .....                                                                                  | 140        |

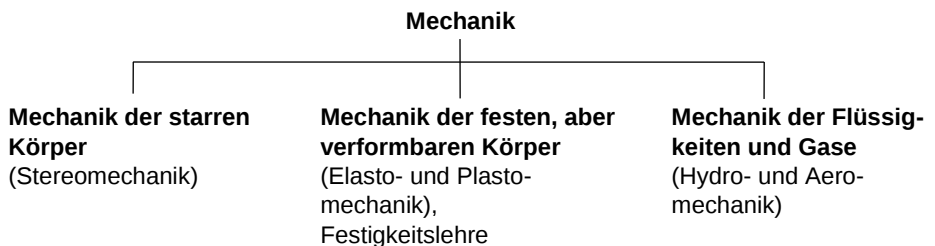
|                                                                                                                 | Seite |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|
| <b>9 Fachwerke</b> .....                                                                                        | 145   |
| 9.1 Grundlagen .....                                                                                            | 145   |
| 9.2 Cremonaplan .....                                                                                           | 151   |
| 9.3 Analytische Bestimmung der Stabkräfte nach <i>Ritter</i> .....                                              | 157   |
| 9.4 Analytische Bestimmung der Stabkräfte<br>mit dem Rundschnittverfahren .....                                 | 159   |
| 9.5 Berechnung der Stabkräfte von Fachwerken mit horizontalen,<br>parallelen Gurten bei lotrechten Lasten ..... | 160   |
| 9.6 Beispiele .....                                                                                             | 164   |
| <b>10 Statisch bestimmte einteilige Rahmen</b> .....                                                            | 167   |
| 10.1 Rechtwinklig geknickte Rahmen .....                                                                        | 167   |
| 10.2 Beispiele .....                                                                                            | 168   |
| 10.3 Schiefwinklig geknickte Rahmen .....                                                                       | 170   |
| 10.4 Beispiele .....                                                                                            | 172   |
| <b>11 Dreigelenktragwerke</b> .....                                                                             | 177   |
| 11.1 Grundlagen .....                                                                                           | 177   |
| 11.2 Analytische Behandlung .....                                                                               | 179   |
| 11.3 Grafische Behandlung .....                                                                                 | 183   |
| 11.4 Dreigelenktragwerke mit Zugband .....                                                                      | 187   |
| 11.5 Beispiele .....                                                                                            | 188   |
| <b>12 Einwirkungen auf Tragwerke</b> .....                                                                      | 199   |
| 12.1 Grundlagen .....                                                                                           | 199   |
| 12.2 Lastermittlung für einzelne Tragwerkglieder<br>mit Beispielrechnungen .....                                | 202   |
| <b>Sachwörter- und Namenverzeichnis</b> .....                                                                   | 217   |

# 1 Allgemeine Grundbegriffe

## 1.1 Einordnung des Lehrgebietes

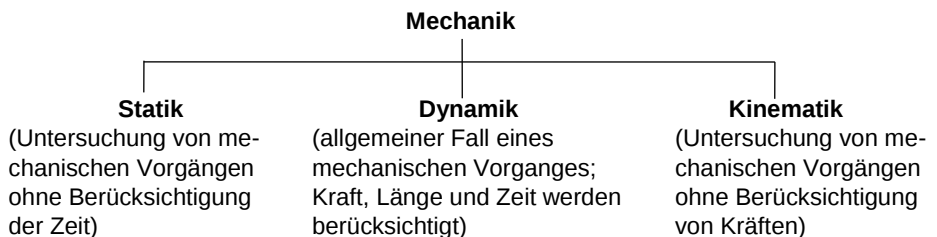
Die Statik gehört zu den Grundlagenwissenschaften bei der Ausbildung zum Bauingenieur. Ihre Bedeutung und die mit ihr zu lösenden Aufgaben lassen sich durch die Einordnung dieses Gebietes in den Bereich der Naturwissenschaften erkennen. Die Physik, mit einigen Einschränkungen als Lehre von den Stoffen und Kräften der unbelebten Natur definiert, enthält als Teilgebiet die Mechanik, die Lehre von den Kräften und den Bewegungen der Körper. Hiervon ist ausschließlich die klassische Mechanik Gegenstand unserer Betrachtungen. Diese wiederum wird in *Theoretische Mechanik* und *Technische Mechanik* gegliedert, wobei sich die letztere speziell unter dem Gesichtspunkt der Anwendung in der Technik entwickelte.

Aus der Beschaffenheit der Körper lässt sich folgende Untergliederung der Mechanik ableiten:



Zu dieser Einteilung muss noch erwähnt werden, dass vollkommen starre Körper in der Natur nicht vorkommen. Auch die härtesten Stoffe erleiden Formänderungen, wenn Kräfte auf sie einwirken. Bei vielen Untersuchungen können aber solche Formänderungen unberücksichtigt bleiben.

Eine andere Einteilung der Mechanik ergibt sich, indem die drei maßgebenden Begriffe zur Beschreibung eines mechanischen Vorganges zugrunde gelegt werden. Es sind dies die Kraft, die Länge und die Zeit.



Ein Spezialgebiet ist die Baumechanik, deren Gegenstand die Untersuchung von Baukonstruktionen hinsichtlich ihres Tragvermögens ist. Sie bildet die Grundlage zur wirtschaftlichen und sicheren Bemessung von Bauwerken. Die Baumechanik umfasst u. a. als Teilgebiete die Baustatik, die Baudynamik, die Festigkeitslehre und die Stabilitätslehre.

Die Baustatik betrachtet nicht die Bauwerke in allen Einzelheiten, sondern nur die darin enthaltenen Tragwerke. Verbunden mit den Unterlagen für die Bauausführung spricht man von der Tragwerksplanung.

Um die Berechnung zu vereinfachen, werden die Tragwerke noch weitgehend idealisiert. Man erhält so bestimmte Systeme, für die Berechnungsmethoden entwickelt worden sind. Diese theoretisch abgeleiteten Berechnungsmethoden bilden den eigentlichen Inhalt der Baustatik. Darüber hinaus sind für das Aufstellen einer statischen Berechnung weitere Grundlagen erforderlich. Sämtliche Voraussetzungen lassen sich etwa wie folgt zusammenfassen:

1. Kenntnisse über Belastungen der Tragwerke
2. Kenntnisse über die Wirkungsweise der Tragwerke
3. Kenntnisse über die Eigenschaften der Baustoffe
4. Kenntnisse über die Berechnungsmethoden

Durch den Begriff „Baudynamik“ wurde schon darauf hingewiesen, dass in bestimmten Fällen auch die Dynamik von Bedeutung werden kann (Schwingungen von Brücken und Fundamenten, verursacht durch Fahrzeuge oder bewegte Maschinenteile z. B.). Die Betrachtung solcher Vorgänge geht jedoch über den hier vorgesehenen Rahmen hinaus.

Aus dem Ordnungsgefüge ist erkennbar, dass in der Statik mechanische Vorgänge betrachtet werden, bei denen der Zeitfaktor keine Rolle spielt. Dieser Sonderfall ist berechtigt, wenn sich die untersuchten Körper in der Ruhelage befinden. Für alle Bauwerke und Bauteile wird diese Forderung erhoben. Die an einem Körper bzw. Bauwerk insgesamt wirkenden Kräfte müssen dazu bestimmte Bedingungen erfüllen, sie müssen im Gleichgewicht sein. Der Gleichgewichtszustand ist daher der Ausgangspunkt der Untersuchungen. Man bezeichnet die Statik aus diesem Grund auch als Lehre vom Gleichgewicht mit den Hauptgebieten:

| Gebiet                  | Inhalt und Ziel                                                                                                                                                                                                                      |
|-------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Statik der Kraftsysteme | zeichnerische und rechnerische Methoden zur Untersuchung und Behandlung von Kraftsystemen; Umformen in ein gleichwertiges anderes, für die Berechnung zweckmäßigeres System; Gleichgewichtsbedingungen der Statik der starren Körper |

| Gebiet                                     | Inhalt und Ziel                                                                                                                      |
|--------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Statik der statisch bestimmten Tragwerke   | Methoden zur Berechnung der äußeren und inneren Kräfte auf der Grundlage der Gleichgewichtsbedingungen der Statik der starren Körper |
| Statik der statisch unbestimmten Tragwerke | Methoden zur Berechnung der äußeren und inneren Kräfte auf der Grundlage von Gleichgewichtsbedingungen und Formänderungsbedingungen  |

Die Festigkeitslehre umfasst die Methoden zur Ermittlung der Beanspruchung der Baustoffe, den Nachweis der ausreichenden Sicherheit und Methoden zur Ermittlung von Formänderungen.

Die Aufgabenstellung der Baustatik zwingt zu bestimmten Forderungen im Hinblick auf die Berechnungsmethoden. Diese Forderungen haben sich im Laufe der Zeit etwas gewandelt. Während bis vor einigen Jahren die Berechnung „per Hand“ unterstützt durch Rechenschieber und später Taschenrechner erfolgte, werden heute fast ausnahmslos auch Computer eingesetzt.

Dadurch sind neben den für die „Handrechnung“ geeigneten, zum Teil stark idealisierten Berechnungsmethoden heute auch rechenintensive Methoden, wie die Methode der Finiten Elemente (FEM) für den täglichen Einsatz geeignet. Damit ist es möglich, komplette Tragwerke dreidimensional zu erfassen.

Aufgabe dieses Werkes ist es jedoch, die Grundlagen der Baustatik zu vermitteln. Auch hier ist der Computer sinnvoll einsetzbar, jedoch nicht zwingend notwendig.

Abschließend soll noch hervorgehoben werden, dass die Baustatik ein Hilfsmittel des konstruierenden Ingenieurs ist, die nur in Verbindung mit konstruktiven, technologischen und wirtschaftlichen Kenntnissen wirkungsvoll angewendet werden kann.

## 1.2 Kräfte und Kraftarten

Eine Kraft ist nicht direkt wahrnehmbar, sie kann nur an ihrer Wirkung erkannt und gemessen werden.

Kräfte sind vektorielle Größen. Zu ihrer eindeutigen Bestimmung sind demnach drei Angaben notwendig, nämlich Größe, Richtung und Angriffspunkt.

Richtung und Angriffspunkt können auch über die Lage oder die Wirkungslinie der Kraft angegeben werden.

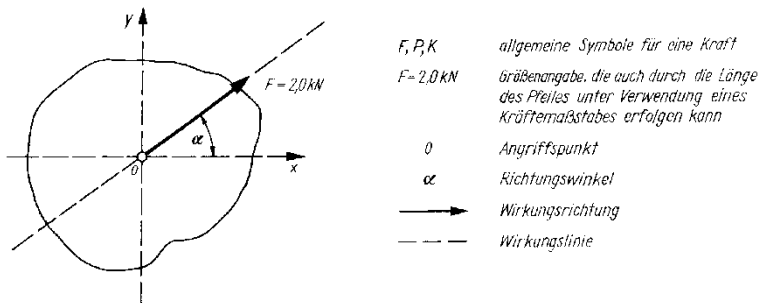
Die Angabe von Kräften kann erfolgen durch:

- reine Zahlenangaben (notwendig für rechnerische Lösungen),
- reine zeichnerische Angaben (notwendig für zeichnerische Lösungen unter Verwendung von Kräfteplänen),

- gemischte Darstellungsformen zur Übersicht und als anschauliches Hilfsmittel für Lösungsansätze.

Dabei geht man von einer grafischen Darstellung der Kräfte durch Pfeile in einem Lageplan aus, wobei alle drei Bestimmungselemente berücksichtigt werden (Bild 1.1):

1. die Größe der Kraft durch die Zahlenangabe oder durch Länge des Kraftpfeiles unter Verwendung eines Kräftemaßstabes (z. B. Maßstab der Kräfte 1 cm  $\equiv$  1,0 kN oder 1 cm  $\equiv$  100 N),
2. die Richtung durch die Pfeilspitze und bei Verwendung in Berechnungen durch den Richtungswinkel,
3. die Lage durch den Angriffspunkt der Kraft oder durch die Gerade, in der der Kraftvektor liegt. Die Gerade heißt Wirkungsline.



**Bild 1.1**

Die gesetzliche Einheit der Kraft auf der Grundlage des Systems der Internationalen Einheiten (SI) ist das Newton (N).

Ein Newton ist die Kraft, die der Masse 1 kg eine Beschleunigung von 1 m/s<sup>2</sup> erteilt:

$$1 \text{ N} = 1 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$$

Die Gravitationskraft an der Erdoberfläche in mittleren geografischen Breiten erteilt der Masse 1 kg die Beschleunigung  $g \approx 9,81 \text{ m/s}^2$  (die Normfallbeschleunigung beträgt  $g = 9,80665 \text{ m/s}^2$ ). Somit ergibt sich für eine Masse von 1 kg unter den genannten Bedingungen eine Schwerkraft von 9,80665 N. Früher benutzte Einheiten wie das Kilopond und alle damit verbundenen Größen (p, Mp) sind nicht mehr zulässig.

Da im Alltag unsere Gewichtsvorstellung auf Massen (kg, t) beruhen, ist es zweckmäßig, sich einfache Beziehungen einzuprägen. Mit guter Näherung kann für praktische Berechnungen

$$1 \text{ N} \approx 0,1 \text{ kp}$$

$$10 \text{ N} \approx 1,0 \text{ kp}$$

$$10 \text{ kN} \approx 1000 \text{ kp}$$

$$1 \text{ N} \approx 0,1 \text{ kg}$$

$$10 \text{ N} \approx 1,0 \text{ kg}$$

$$10 \text{ kN} \approx 1000 \text{ kg} = 1,0 \text{ t}$$

verwendet werden.

Solange eine Kraft nicht durch eine andere im Gleichgewicht gehalten wird, bewirkt sie eine Bewegungsänderung des Körpers, an dem sie angreift. Für den Zustand des Gleichgewichtes muss demnach noch mindestens eine zweite Kraft in der gleichen Wirkungslinie und der gleichen Größe, aber entgegengesetzter Richtung vorhanden sein (Bild 1.2). Der angreifenden (aktiven) Kraft wird durch eine widerstehende (passive) Kraft das Gleichgewicht gehalten. Das Gleichgewicht kann auch durch mehrere Kräfte hergestellt werden. In Bild 1.3 ist symbolisch ein Träger dargestellt, der durch eine Kraft  $F$  (Aktionskraft) beansprucht wird. In den Lagerpunkten entstehen die passiven Kräfte  $F_a$  und  $F_b$  (Reaktionskräfte). Soll der Träger in Ruhe bleiben, dann müssen die drei Kräfte im Gleichgewicht stehen. Aus dieser Bedingung können  $F_a$  und  $F_b$  berechnet werden, wenn  $F$  bekannt ist. Die Lager sind dann so zu bemessen, dass sie die Kräfte  $F_a$  und  $F_b$  mit ausreichender Sicherheit aufnehmen bzw. aufbringen können. Außerdem ist ein Träger auszuwählen, durch den die Kraft  $F$  zu den Auflagern geleitet werden kann, ohne dass er unzulässige Beanspruchungen erfährt.

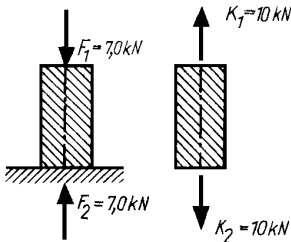


Bild 1.2

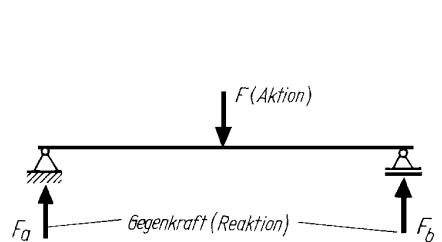


Bild 1.3

Diese Beispiele zeigen bereits in einfachster Form Ursache und Wirkung (Kraft und Gegenkraft) sowie die immer wiederkehrenden Aufgaben der Statik und Festigkeitslehre.

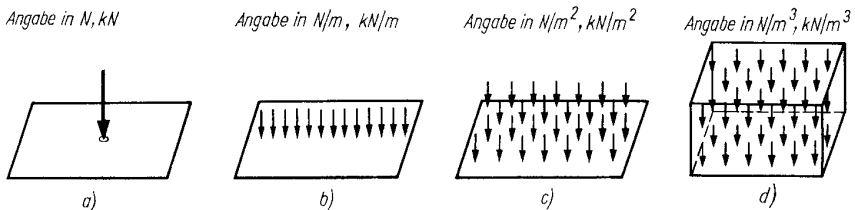


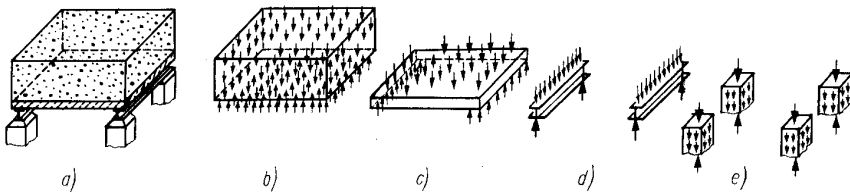
Bild 1.4

Kräfte, die auf ein Tragwerk einwirken, können in verschiedenen Formen auftreten (Bilder 1.4a bis d):

- a) Punktkraft (Größe der Kraft in N, kN oder MN)
- b) Linienkraft (Kraft je Längeneinheit, N/m, kN/m)
- c) Flächenkraft (Kraft je Flächeneinheit, N/m<sup>2</sup>, kN/m<sup>2</sup>)
- d) Volumenkraft (Kraft je Volumeneinheit, N/m<sup>3</sup>, kN/m<sup>3</sup>)

Die Volumenkraft ist dabei die ursprüngliche Form. Sie wirkt räumlich verteilt an allen Elementen eines Körpers infolge von Beschleunigungen (die wichtigste Volumenkraft ist die Schwerkraft). Für ihre Entstehung ist keine unmittelbare Berührung zweier Körper notwendig.

Alle anderen Formen treten bei direkter Übertragung auf. Punktkraft und Linienkraft stellen dabei Idealisierungen dar, die sehr häufig verwendet werden.



**Bild 1.5**

In Bild 1.5 ist das Auftreten dieser Lastformen an einem einfachen Beispiel gezeigt. Bild 1.5a stellt den willkürlich herausgeschnittenen Teil eines Tragwerkes dar. Das angeedeutete Lagergut belastet Deckenplatte, Träger und Stützen. Die Aktionskräfte in Bild 1.5b sind Volumenkräfte in kN/m<sup>3</sup>, während die Gegenkräfte in der Platte in Form von Flächenkräften auftreten. Bild 1.5c zeigt Aktions- und Reaktionskräfte der Platte (Last des Lagergutes und der Platte in kN/m<sup>2</sup>, Gegenwirkung in den Trägern in Form von Linienkräften in kN/m). Die Bilder 1.5d und e zeigen jeweils die Aktions- und Reaktionskräfte an den Trägern und Stützen in Form von Linien- bzw. Punktkräften.

Zu beachten ist bei der Untersuchung weiterhin die Art der Eintragung der äußeren Kräfte. Wir unterscheiden hier folgende Arten:

### 1. Allmählich anwachsende Belastung

Die Lasteintragung erfolgt über einen längeren Zeitraum verteilt (z. B. werden die Eigenlasten während der Bauzeit nach und nach aufgebracht).

### 2. Plötzliche Belastung

Ein beträchtlicher Teil der Last wird in relativ kurzen Zeiträumen aufgebracht (z. B. wird die Last eines Eisenbahnzuges auf einer Brücke in wenigen Sekunden wirksam).

### 3. Plötzliche Belastung in Verbindung mit Bewegungsenergie

Stößt eine bewegte Last gegen ein Tragwerk, so wird neben der plötzlichen Eintragung des Eigengewichtes noch die kinetische Energie wirksam.

Im ersten Fall sprechen wir von einer statischen Beanspruchung des Tragwerkes. Da die äußeren Kräfte allmählich anwachsen, nehmen auch die Kräfte im Inneren der Bauteile und die Formänderungen nur langsam zu. Äußere und innere Kräfte sind stets im Gleichgewicht. Zur statischen Beanspruchung gehören aber auch viele Verkehrslasten, wenn sie nicht mit Schwingungsuntersuchungen verbunden sind.

Im 2. und 3. Fall treten dynamische Vorgänge auf. Zwischen äußeren und inneren Kräften herrscht zunächst kein Gleichgewicht. Die Folgen sind Schwingungsvorgänge, denen besondere Aufmerksamkeit gewidmet werden muss, da sie die Sicherheit eines Bauwerkes gefährden können.

Wie bereits erwähnt, bleiben dynamische Belastungen außerhalb unserer Betrachtungen.

### 1.3 Äußere Kräfte an Bauteilen

Zu den äußeren Kräften eines Bauwerkes gehören die Lasten als Einwirkungen und die Stütz- oder Auflagerkräfte als Reaktionen. Die äußeren Kräfte haben ihre Ursache in den Eigenlasten, im Betriebszustand oder in physikalischen und chemischen Veränderungen der Baustoffe und des Baugrundes.

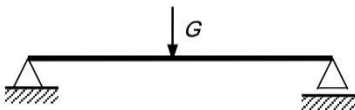
Es besteht die Forderung, dass die äußeren Kräfte an einem Bauteil untereinander im Gleichgewicht stehen. Mit dem Gleichgewicht der äußeren Kräfte beschäftigt sich die Statik.

Auf die häufig vorkommenden äußeren Kräfte soll jetzt näher eingegangen werden.

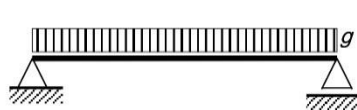
#### Ständige Lasten:

Darunter versteht man die Lasten der einzelnen Baukörper selbst. Sie sind im Bauwerk dauernd vorhanden. Zu ihrer Bezeichnung sind die aus Bild 1.6 ersichtlichen Buchstaben  $G$  (für Einzellasten) und  $g$  (für verteilte Lasten) üblich.

*Einzellast aus Eigenlast in N, kN*



*gleichmäßig verteilte Eigenlast in N/m, kN/m*



#### Lotrechte Verkehrslasten:

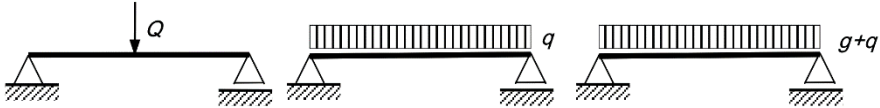
Verkehrslasten sind in Bezug auf Größe und Angriffspunkt veränderlich. Sie rühren aus den Eigenlasten von Personen, Einrichtungen, Lagerstoffen, Maschinen, Fahrzeugen, Schnee usw. her. Zur Bezeichnung werden der Buchstabe  $Q$  (für Einzellasten) und  $q$  (für verteilte Lasten) verwendet (Bild 1.7). Für spezielle Einwirkungen sind aber auch

gesonderte Bezeichnungen gebräuchlich, wie z. B.  $s$  für Schneelasten. Für außergewöhnliche Einwirkungen wird der Buchstabe  $A$  bzw.  $a$  verwendet. Die veränderlichen Einwirkungen werden mit dem Buchstaben  $E$  zusammengefasst.

*Einzellast aus  
Verkehrslast in N, kN*

*Gleichmäßig verteilte  
Eigenlast in N/m, kN/m*

*Gleichmäßig verteilte  
Eigenlast und Verkehrslast*

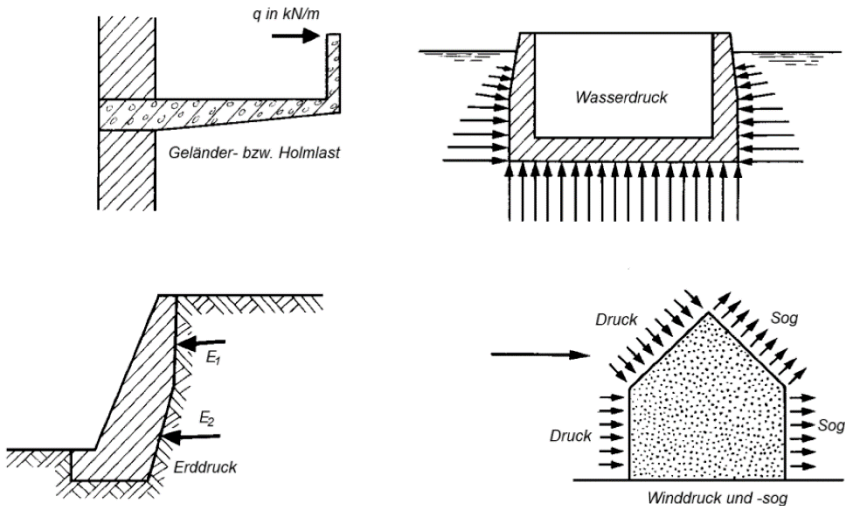


**Bild 1.7**

### Waagerechte und schräggerichtete Verkehrslasten (Bild 1.8):

Waagerechte Lasten entstehen an Brüstungen und Geländern aus Holmdruck, aus Bremskräften, Fliehkräften und Seitenstößen von Fahrzeugen auf Brücken und bei Kranbahnen. Geneigte Lasten treten auf bei Windkräften und bei Flüssigkeitsdruck.

In beiden Fällen wirken die Kräfte rechtwinklig zur getroffenen Fläche (bei Wind auch als Sog). Weiterhin kommen schräggerichtete Kräfte als Erddruck oder Silodruck von Schüttgütern vor. Diese können sowohl rechtwinklig als auch geneigt zur Angriffsfläche wirken. Zu beachten ist, dass verschiedene Lasten (insbesondere Windlasten) auch abhebende Wirkung haben können.



**Bild 1.8**

In der Regel sind Lasten zur Berechnung von Bauwerken genormt und in Vorschriften festgelegt. Allgemeingültige Vorschriften enthalten die Lastannahmen für Bauten (Eigenlasten für Baustoffe und Bauteile, Verkehrslasten, Schnee- und Windlasten). Darüber hinaus besteht eine Reihe von Standards bzw. Vorschriften für Spezialbauwerke (Stahltragwerke, Eisenbahnbrücken, Straßenbrücken, Kranbahnen, fliegende Bauten usw.), die zusätzliche Lastannahmen enthalten.

Im letzten Hauptteil dieses Bandes findet der Leser wesentliche Lastannahmen, verbunden mit der Lastenermittlung für einfache Bauelemente des Hochbaues. Das Studium dieses Teiles kann an jeder Stelle des Buches eingeschoben werden.

## 1.4 Teilsicherheitsbeiwerte der Einwirkungen, Kombinationsbeiwerte, Grenzzustände

In der weiteren Bearbeitung ist zu beachten, nach welchem Sicherheitskonzept gearbeitet wird. Ziel einer jeden Planung ist es, eine ausreichende Sicherheit gegen Versagen des Tragwerks und die Gewährleistung der Nutzung zu erreichen.

Mittlerweile wird in fast allen Bereichen (Eurocode s. DIN EN 1990 oder DIN 1055-100:2001-03) mit Teilsicherheitsbeiwerten gerechnet. Hier werden die in den Normen geregelten Lastannahmen als charakteristische Einwirkungen bezeichnet und mit dem Index  $k$  versehen. Außerdem wird unterschieden in:

- $G_k$  ständige Einwirkungen
- $Q_k$  veränderliche Einwirkungen
- $F_{A,k}$  außergewöhnliche Einwirkungen

Diese werden mit den Teilsicherheitsbeiwerten der Einwirkungen  $\gamma_F$  und den Kombinationsbeiwerten  $\psi$  multipliziert. Die so gewonnenen Größen erhalten alle den Index  $d$  und heißen Bemessungswerte der Einwirkungen. Sie werden in dieser Form für die weitere Berechnung verwendet.

Im Weiteren sind für die bautechnischen Nachweise die unterschiedlichen Grenzzustände zu berücksichtigen. Im Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT) werden stabilisierende und destabilisierende Einwirkungen gegenübergestellt und hauptsächlich das Versagen des Tragwerks untersucht. Im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit (GZG) dürfen bestimmte Kriterien für die Nutzung nicht überschritten werden. Hierzu zählen vorrangig Verformungsnachweise.

Hinsichtlich der Kombinationsbeiwerte wird auf die Norm verwiesen. Es sei jedoch angemerkt, dass bei den wichtigen Nachweisen im GZT neben dem Eigengewicht und eventuellen Vorspannungen die **erste** veränderliche Einwirkung grundsätzlich ohne Kombinationsbeiwert, also in voller Höhe eingesetzt wird.

**Tabelle 1.1:** Beispiel für Teilsicherheitsbeiwerte  $\gamma_F$

| $\gamma_F$ | Anwendung                                                                                                                                                 |
|------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1,35       | für ständige Einwirkungen $G$                                                                                                                             |
| 1,5        | für ungünstig wirkende veränderliche Einwirkungen $Q$                                                                                                     |
| 1,0        | wenn ständige Einwirkungen $G$ Beanspruchungen aus veränderlichen Einwirkungen $Q$ verringern, z. B. beim Tragsicherheitsnachweis von Dächern bei Windsog |
| 1,0        | wenn neben einer außergewöhnlichen Einwirkung $F_A$ ständige Einwirkungen $G$ und veränderliche Einwirkungen $Q$ wirken, für alle drei Einwirkungen       |
|            | <i>Für Tragwerke vom Typ Waagebalken gilt:</i>                                                                                                            |
| 1,1        | wenn Teile ständiger Einwirkungen die Beanspruchungen aus veränderlichen Einwirkungen erhöhen                                                             |
| 0,9        | wenn Teile ständiger Einwirkungen die Beanspruchungen aus veränderlichen Einwirkungen verringern, zur Untersuchung einer zusätzlichen Grundkombination    |

Bei linear-elastischer Schnittgrößenermittlung (nur solche Beispiele behandelt dieses Werk) darf im Hochbau eine vereinfachte Kombinationsregel angewendet werden. Im GZT gilt dann folgende Grundkombination (d. h. keine außergewöhnlichen Einwirkungen):

$$Q_d = \gamma_d \cdot G_k + 1,50 \cdot P_k \quad (1.1)$$

$\gamma_d$  ist abhängig davon, ob der Einfluss günstig oder ungünstig wirkt.  $G_k$  ist die ständige Last und  $P_k$  eine veränderliche Last. Eine Vorspannung ist nicht berücksichtigt.

Früher wurde ein summarischer Sicherheitsfaktor verwendet. In diesem Fall werden die im vorhergehenden Abschnitt genannten Lastannahmen (Einwirkungen) auch für die Berechnung verwendet. Die so errechneten Schnittgrößen und Spannungen werden Grenzwerten gegenübergestellt, die mit dem genannten summarischen Sicherheitsfaktor abgemindert sind.

## 1.5 Innere Kräfte der Bauteile

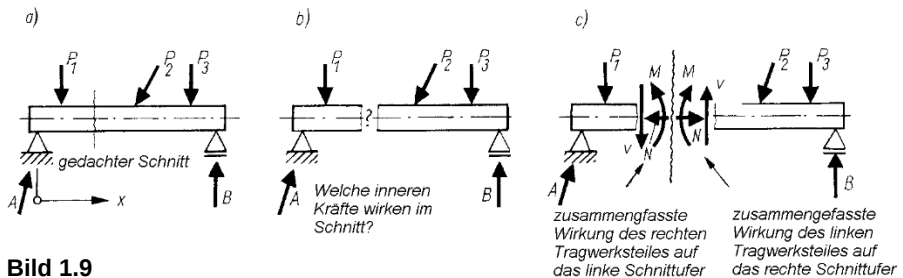
Infolge der Wirkung der äußeren Kräfte entstehen im Inneren des Bauteils Kräfte, die man in Form von Schnittkräften (Schnittgrößen) ermittelt. Der Begriff Schnittkraft ergibt sich aus der Tatsache, dass die inneren Beanspruchungen für Querschnitte bestimmt

werden. Dazu wird das Tragwerk im betrachteten Querschnitt durch einen gedanklichen Schnitt getrennt, z. B. ein Balken an einer bestimmten Stelle  $x$  (Bilder 1.9a und b). Betrachtet man die beiden Tragwerksteile links und rechts von dem geführten Schnitt, dann müssen zur Herstellung des Gleichgewichtes zu den schon vorhandenen äußeren Kräften noch an jedem der beiden Schnitthufer  $l$  und  $r$  innere Kräfte  $N_l$ ,  $M_l$ ,  $V_l$  und  $N_r$ ,  $M_r$ ,  $V_r$  eingeführt werden (Bild 1.9c). Aus Gründen des Gleichgewichtes gilt

$$N_l = N_r = N; \quad M_l = M_r = M; \quad V_l = V_r = V.$$

Nach ihrer Wirkungsweise bezeichnet man die Schnittgrößen als Längs-, Axial- oder Normalkraft  $N$ , als Biegemoment  $M$  und Querkraft  $V$ . Außerdem kann das Drill- oder Torsionsmoment  $M_T$  auftreten, auf dessen Wirkung in Bild 1.9c vorerst noch nicht eingegangen wurde.

Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, dass Querkräfte lange Zeit mit  $Q$  bezeichnet wurden. Dies ist in der Praxis immer noch anzutreffen.



**Bild 1.9**

Bei der Betrachtung der beiden durch den gedachten Schnitt an der Stelle  $x$  entstehenden Tragwerksteile werden die Kräfte  $N$ ,  $M$ ,  $V$  wie äußere Kräfte behandelt und aus Gleichgewichtsberechnungen ermittelt. Die Schnittgrößen  $N$ ,  $V$  und  $M$  liefern noch nicht die inneren Kräfte nach Größe, Richtung und Verteilung. Sie stellen nur eine Zusammenfassung der in den Querschnitten wirkenden Beanspruchungen (Resultierende der Spannungen) dar und werden daher mitunter auch als verallgemeinerte Kräfte bezeichnet.

Je nach Wirkungsweise der verallgemeinerten Kräfte  $N$ ,  $M$ ,  $V$  und  $M_T$  ergeben sich Zug-, Druck- und Biegebeanspruchungen sowie Schub- und Torsionsbeanspruchungen. Die entsprechenden Formänderungen sind Dehnungen und Stauchungen, Querschnittsverzerrungen, Querschnittsverdrehungen und damit Durchbiegungen sowie Verdrehungen.

Bei schlanken und dünnwandigen Bauteilen können Knicken, Kippen und Beulen auftreten. Diese Erscheinungen bezeichnet man als Stabilitätsverlust. Ihre Untersuchung gehört in das Gebiet der Stabilitätslehre.

## 1.6 Komponenten und Resultierende, Kräftegruppen und Kraftsysteme

Greifen an einem Körper zwei Kräfte an, so kann es für die Berechnung zweckmäßiger sein, sie durch eine wirkungsgleiche Kraft zu ersetzen. Auch der umgekehrte Weg wird oft notwendig. Den ersten Fall bezeichnet man als Zusammensetzung von Kräften, den zweiten als Zerlegung einer Kraft (Bild 1.10).

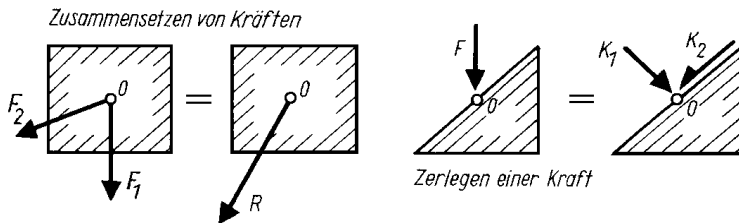


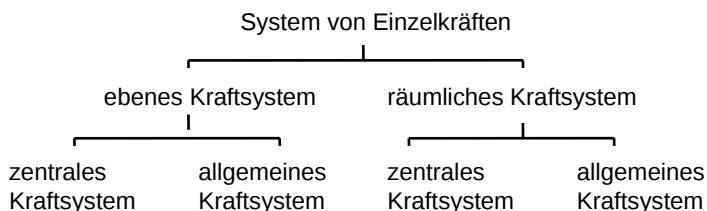
Bild 1.10

Die wirkungsgleiche Ersatzkraft nennt man Resultierende  $R$ .

Die Teilkräfte bei der Zerlegung heißen Komponenten oder auch Projektionen einer Kraft auf vorgegebene Richtungen.

Die Methoden zum Zusammensetzen oder Zerlegen von Kräften bilden den Inhalt des 2. und 3. Hauptteiles. Die Form des Körpers oder Tragwerkes ist für die allgemeinen Lösungen solcher Aufgaben ohne Bedeutung. Daher werden in den folgenden Abschnitten nur Kräfte und ihre Lage angegeben, ohne dass die Körper näher dargestellt werden.

Von Einfluss auf die Methoden und den Aufwand bei der Zusammensetzung und Zerlegung von Kräften ist jedoch deren Lage. Bezeichnet man alle im Rahmen einer Aufgabe zu betrachtenden Einzelkräfte als Kräftegruppe oder Kraftsystem, so können diese sämtlich in einer Ebene liegen oder im Raum irgendwie verstreut sein. Man unterscheidet danach ebene und räumliche Kraftsysteme. Innerhalb dieser Systeme können alle Kräfte noch den gleichen Angriffspunkt haben. Ein solches System heißt zentrales Kraftsystem. Greifen die Kräfte nicht in demselben Punkt an, so spricht man von einem allgemeinen Kraftsystem. Nach diesen Gesichtspunkten ergibt sich folgende Einteilung:



In diesem Buch werden vorwiegend ebene Kräftegruppen betrachtet. Man spricht in diesem Zusammenhang von der Statik der Ebene und von ebenen Tragwerken im Gegensatz zur Statik des Raumes und zu räumlichen Tragwerken.

Es muss dazu erwähnt werden, dass alle Bauwerke eine räumliche Ausdehnung aufweisen. Bauwerke bestehen aber häufig aus Elementen (z. B. Fachwerkbinder), die mit den Methoden der ebenen Statik zu berechnen sind. Darüber hinaus können viele räumliche Tragwerke bei der Berechnung aufgrund von Symmetrieeigenschaften mit ebenen Kräftegruppen untersucht werden. Mit solchen Idealisierungen lassen sich die Berechnungen wesentlich vereinfachen. Es ist jedoch zu beachten, dass trotz Beanspruchung in einer Ebene auch Auswirkungen rechtwinklig zu dieser Ebene (z. B. Ausknicken von Druckstäben) auftreten können.

Bei statischen Betrachtungen stellt man Kräfte und Bauwerke nur in Form von Skizzen dar. Durch Pfeile werden die Wirkungsrichtungen der Kräfte und zugleich die Lastverteilungen eindeutig festgelegt. Vom Bauwerk wird nur das statische System oder Tragwerk in seinen Achsen abgebildet. Für die Auflagerungen werden leicht verständliche Symbole verwendet, auf die noch eingegangen wird.